



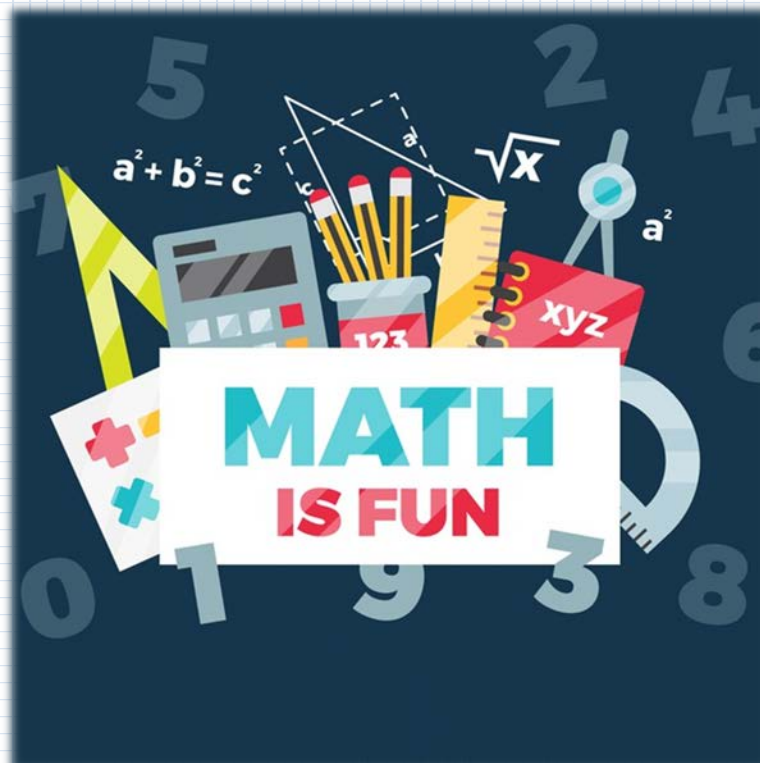
บทที่ 0: คณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์

ออกแบบกระบวนการคิด
ฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ทุกสนามสอบ



บทที่ 0

คณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์



เทคนิคเยอะ เข้าใจง่าย ใช้สอบได้จริง

ฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ “ครูพี่ตัว” 095-252-0819, Line: @physicsblueprint





บทที่ 0: คณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์

ออกแบบกระบวนการคิด
ฟิสิกส์และวิศวะทุกสนามสอบ



2

1. เทคนิคการแยกตัวประกอบ

1.1 พหุนามพจน์ x^2 มี สปส. เป็นเลข 1

$$x^2 \pm (a+b)x \pm ab = (x \pm a)(x \pm b)$$

แบบ 1 | ตัวประกอบ + , + | $x^2 + cx + d$

$$x^2 + 4x + 3 = \dots\dots\dots$$

พจน์หลัง 3 เกิดจาก

พจน์กลาง 4 เกิดจาก

แบบ 2 | ตัวประกอบ - , - | $x^2 - cx + d$

$$x^2 - 5x + 6 = \dots\dots\dots$$

พจน์หลัง 6 เกิดจาก

พจน์กลาง -5 เกิดจาก

แบบ 3 | ตัวประกอบ + , - โดยที่ + > - | $x^2 + cx - d$

$$x^2 + 4x - 45 = \dots\dots\dots$$

พจน์หลัง -45 เกิดจาก

พจน์กลาง 4 เกิดจาก

แบบ 4 | ตัวประกอบ + , - โดยที่ - > + | $x^2 - cx - d$

$$x^2 - x - 12 = \dots\dots\dots$$

พจน์หลัง -12 เกิดจาก

พจน์กลาง -1 เกิดจาก



เทคนิคเยอะ เข้าใจง่าย ใช้สอบได้จริง

ฟิสิกส์และวิศวะตัว "ครูพี่ตัว" 095-252-0819, Line: @physicsblueprint





บทที่ 0: คณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์

ออกแบบกระบวนการคิด
ฟิสิกส์และวิศวกรรมสอบ



3

1.2 ผลต่างกำลังสอง

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$$

ตัวอย่าง

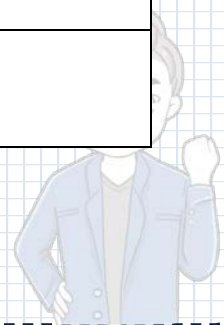
รูปแบบ $x^2 + b$	รูปแบบ $ax^2 + b$
$x^2 - 1 =$	$4x^2 - 9 =$
$x^2 - 4 =$	$25x^2 - 1 =$
$x^2 - 9 =$	$16x^2 - 9y^2 =$

1.3 ผลต่างกำลังสาม

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$
$$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$$

ตัวอย่าง

รูปแบบ $x^3 + y^3$	รูปแบบ $x^3 - y^3$
$x^3 + 1 =$	$x^3 - 1 =$
$x^3 + 8 =$	$x^3 - 8 =$



เทคนิคเยอะ เข้าใจง่าย ใช้สอบได้จริง

ฟิสิกส์และวิศวกรรม “ครูพี่ต๋าว” 095-252-0819, Line: @physicsblueprint





บทที่ 0: คณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์

ออกแบบกระบวนการคิด
ฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ทุกสนามสอบ



4

1.4 กำลังสองสมบูรณ์

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

ตัวอย่าง

รูปแบบ + , + : $x^2 + bx + c$	รูปแบบ - , - : $x^2 - bx + c$
$x^2 + 2x + 1 =$	$x^2 - 2x + 1 =$
$x^2 + 4x + 4 =$	$x^2 - 4x + 4 =$
$x^2 + 6x + 9 =$	$x^2 - 6x + 9 =$
$x^2 + 8x + 16 =$	$x^2 - 8x + 16 =$
$x^2 + 10x + 25 =$	$x^2 - 10x + 25 =$

1.5 กำลังสามสมบูรณ์

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

ตัวอย่าง

รูปแบบ $(x + a)^3$	รูปแบบ $(x - a)^3$
$(x + 1)^3 =$	$(x - 1)^3 =$
$(x + 2)^3 =$	$(x - 2)^3 =$

เทคนิคเยอะ เข้าใจง่าย ใช้สอบได้จริง

ฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ "ครูพี่ตัว" 095-252-0819, Line: @physicsblueprint





บทที่ 0: คณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์

ออกแบบกระบวนการคิด
ฟิสิกส์และวิศวะทุกสนามสอบ



5

1.6 พหุนามพจน์ x^2 มี สปส. $\neq 1$

■ การคูณไขว้ +++

พหุนามพจน์ x^2 มี สปส. ไม่เป็นเลข 1

ขั้นที่ 1: ดูเครื่องหมาย พจน์หลัก

หากเป็น + แสดงว่า ตัวประกอบเป็น + +

หากเป็น - แสดงว่า ตัวประกอบเป็น - +

ขั้นที่ 2: สุ่มแบ่งกลุ่ม คูณไขว้ ดูเครื่องหมาย พจน์กลาง

ตัวอย่าง

$$2x^2 - 5x - 12$$

$$6x^2 + 5x - 6$$

$$6x^2 - 17x - 3$$

$$12x^2 - 19x - 21$$

■ สูตรในการแก้สมการกำลัง 2 !!!!!!!

ใช้ได้ทุกกรณี แต่ควรใช้เมื่อแยกไม่ได้จริงๆ

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

ตัวอย่าง

$$5x^2 - 3x - 2$$



เทคนิคเยอะ เข้าใจง่าย ใช้สอบได้จริง

ฟิสิกส์และวิศวะต้อง “ครูพี่ตั้ว” 095-252-0819, Line: @physicsblueprint





บทที่ 0: คณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์

ออกแบบกระบวนการคิด
ฟิสิกส์และวิศวกรรมสอบ



2. เลขยกกำลัง

2.1 กฎเกี่ยวกับเลขยกกำลัง

1. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

2. $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ เมื่อ $a \neq 0$

3. $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

4. $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

5. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ เมื่อ $b \neq 0$

$(x^2 - y^2) = (x - y)(x + y)$ ผลต่างกำลัง 2

$(x^3 - y^3) = (x - y)(x^2 + xy + y^2)$ ผลต่างกำลัง 3

$(x^3 + y^3) = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$ ผลบวกกำลัง 3

$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$



เทคนิคเยอะ เข้าใจง่าย ใช้สอบได้จริง

ฟิสิกส์และวิศวกรรม “ครูพี่ตัว” 095-252-0819, Line: @physicsblueprint





บทที่ 0: คณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์

ออกแบบกระบวนการคิด
ฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ทุกสนามสอบ



7

2.2 รากที่ n ในระบบจำนวนจริงและกรณฑ์

นิยาม ให้ n เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 และ x, y เป็นจำนวนจริง y เป็นรากที่ n ของ x

ก็ต่อเมื่อ $y^n = x$ หรือ $y = \sqrt[n]{x}$

สมบัติของรากที่ n ถ้า x, y มีรากที่ n และ m, n เป็นจำนวนเต็ม

$$1. y^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{y^m}$$

$$2. \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$$

$$3. \frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}} \quad \text{เมื่อ } y \neq 0$$

สังยุค (Conjugate)

ถ้ามีกรณฑ์คือ $(\sqrt{a} + \sqrt{b})$

สังยุค (Conjugate) คือ $(\sqrt{a} - \sqrt{b})$

ถ้ามีกรณฑ์คือ $(\sqrt{a} - \sqrt{b})$

สังยุค (Conjugate) คือ $(\sqrt{a} + \sqrt{b})$

โดยมีสมบัติดังนี้

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$$

รากที่ 2 ขอรูปแบบ

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 = a + b + 2\sqrt{ab}$$

$$(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a + b - 2\sqrt{ab}$$



เทคนิคเยอะ เข้าใจง่าย ใช้สอบได้จริง

ฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ "ครูพี่ตัว" 095-252-0819, Line: @physicsblueprint





บทที่ 0: คณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์

ออกแบบกระบวนการคิด
ฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ทุกสนามสอบ



8

แบบทดสอบ

$$a^{10} a^{12}$$

$$(5^{p-q}) (5^{3p+3q})$$

$$(2x^2 y^4)^5$$

$$\frac{2^n \times (2^{n-1})^n}{2^{n+1} \times 2^{n-1}} \times \frac{1}{4^{-n}}$$

$$\frac{(y^{-4} x^2)^0}{2^{-2}}$$

$$\frac{(2a^{-1})^2 (3a^2)^{-1}}{(3a^5)^{-1} (2a^{-2})^2}$$

$$\frac{x^5 y^6}{(xy)^4}$$

$$\left(\frac{4y^3}{243yz} \right)^4 \times \left(\frac{243x^2 yz^2}{16y^5} \right)^2$$



เทคนิคเยอะ เข้าใจง่าย ใช้สอบได้จริง

ฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ “ครูพี่ตัว” 095-252-0819, Line: @physicsblueprint





บทที่ 0: คณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์

ออกแบบกระบวนการคิด
ฟิสิกส์และวิศวกรรมทุกสนามสอบ



9

$$\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{3}$$

$$\sqrt[3]{8y^6}$$

$$3\sqrt{20} + 2\sqrt{18} - \sqrt{45} + \sqrt{8}$$

$$\sqrt[3]{2a^2} \cdot \sqrt[3]{4a}$$

$$(3\sqrt{5} + 7\sqrt{2})(\sqrt{5} - 3\sqrt{2})$$

$$\sqrt{12 + 2\sqrt{35}}$$

$$(3\sqrt{10} + 4\sqrt{7})(\sqrt{10} + \sqrt{7})$$

$$\sqrt{7 - \sqrt{48}}$$



เทคนิคเยอะ เข้าใจง่าย ใช้สอบได้จริง

ฟิสิกส์และวิศวกรรม “ครูพี่ตั้ว” 095-252-0819, Line: @physicsblueprint

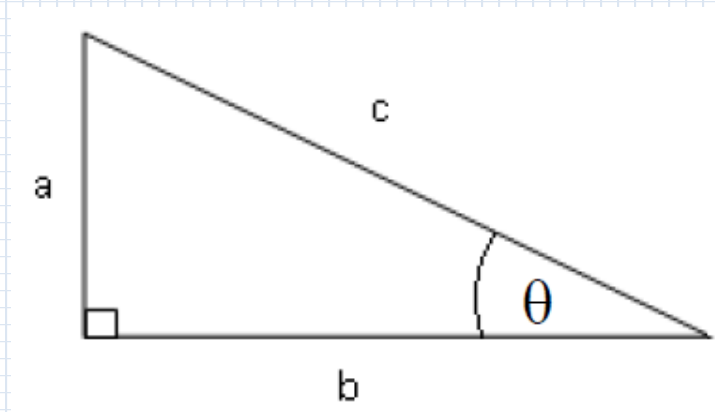




3. พื้นฐานตรีโกณ

3.1 พื้นฐานตรีโกณ

เรื่องเกี่ยวกับ สามเหลี่ยม มุมฉาก



$$\sin\theta =$$

$$\cos\theta =$$

$$\tan\theta =$$

$$\operatorname{cosec}\theta =$$

$$\sec\theta =$$

$$\cot\theta =$$





บทที่ 0: คณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์

ออกแบบกระบวนการคิด
ฟิสิกส์และวิศวกรรมทุกสนามสอบ

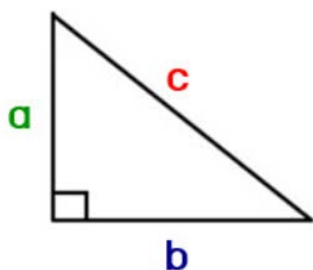
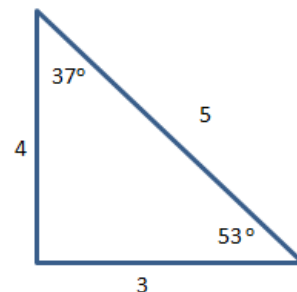
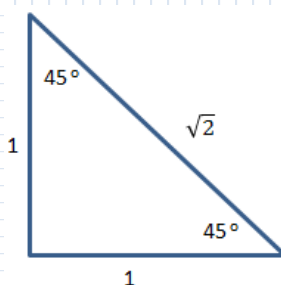
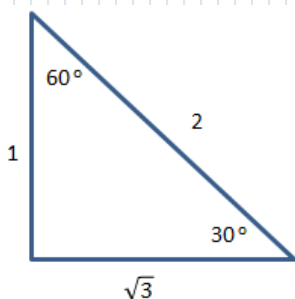


11

3.2 มุมที่ใช้บ่อยๆ (ต้องจำให้ได้)

ตรีโกณ	มุมชุด 1					มุมชุด 2	
	0°	30°	45°	60°	90°	37°	53°
$\sin\theta$							
$\cos\theta$							
$\tan\theta$							

สามเหลี่ยมที่ใช้บ่อยๆ



a	b	c
3	4	5
5	12	13
7	24	25
8	15	17
9	40	41
11	60	61
12	35	37

เทคนิคเยอะ เข้าใจง่าย ใช้สอบได้จริง

ฟิสิกส์และวิศวกรรม “ครูพี่ตัว” 095-252-0819, Line: @physicsblueprint





บทที่ 0: คณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์

ออกแบบกระบวนการคิด
ฟิสิกส์และวิศวกรรมสอบ



12

3.3 หน่วยขอมุม

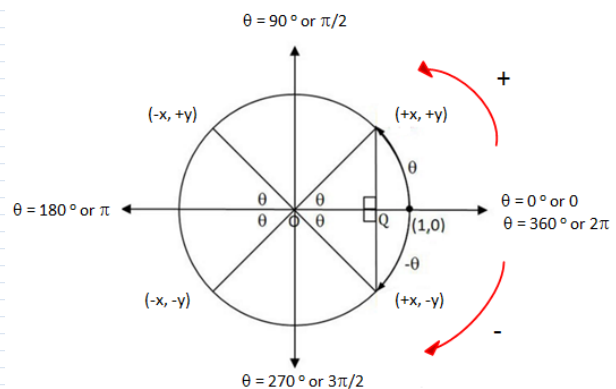
หน่วยขอมุมที่ใช้มี 2 หน่วย คือ องศา (Degree) กับเรเดียน (Radian) โดยการเทียบ
มุมระหว่างหน่วยเรเดียน (rad) กับ หน่วยองศา สามารถคำนวณดังนี้

มุมหน่วยเรเดียน	มุมหน่วยองศา	มุมหน่วยเรเดียน	มุมหน่วยองศา
π		$\pi/6$	
$\pi/2$		$5\pi/6$	
$3\pi/2$		$7\pi/6$	
2π		$11\pi/6$	
มุมหน่วยเรเดียน	มุมหน่วยองศา	มุมหน่วยเรเดียน	มุมหน่วยองศา
$3\pi/4$		$2\pi/3$	
$5\pi/4$		$4\pi/3$	
$7\pi/4$		$5\pi/3$	
$9\pi/4$		$7\pi/3$	

3.4 วงกลม 1 หน่วยและการปรับค่ามุม

นิยาม เมื่อ $(\cos, \sin \theta)$ ที่มุมต่างๆบนวงกลมรัศมี 1 หน่วย

- ฟังก์ชันโคไซน์ ($\cos \theta$) คือ ค่า x
- ฟังก์ชันไซน์ ($\sin \theta$) คือ ค่า y
- $-1 \leq \cos \theta \leq 1$
- $-1 \leq \sin \theta \leq 1$



เทคนิคเยอะ เข้าใจง่าย ใช้สอบได้จริง

ฟิสิกส์และวิศวกรรม “ครูพี่ตัว” 095-252-0819, Line: @physicsblueprint





บทที่ 0: คณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์

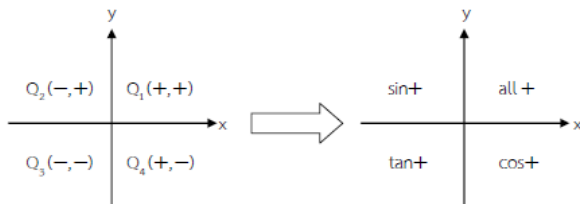
ออกแบบกระบวนการคิด
ฟิสิกส์และวิศวกรรมสอบ



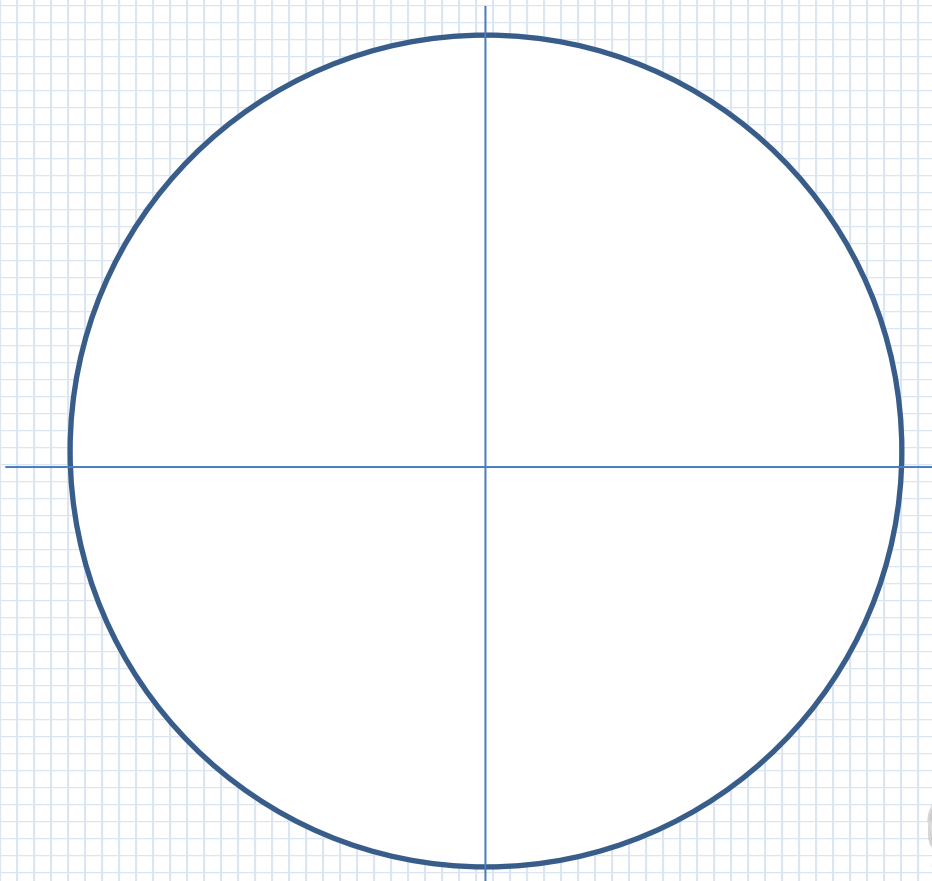
13

เครื่องหมายฟังก์ชันตรีโกณ

- แต่ละควอดรันตจะมีตรีโกณค่าเดียว
แต่มีเครื่องหมายไม่เหมือนกัน
- มุมที่เท่ากัน เทียบมุมกับ แกน x (กระพือปีก)



วงกลม 1 หน่วย



เทคนิคเยอะ เข้าใจง่าย ใช้สอบได้จริง

ฟิสิกส์และวิศวกรรม “ครูพี่ตัว” 095-252-0819, Line: @physicsblueprint





บทที่ 0: คณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์

ออกแบบกระบวนการคิด
ฟิสิกส์และวิศวะทุกสนามสอบ



14

ตัวอย่าง ฝึกหาตรีโกณที่มุมต่างๆ

$$\sin 120^\circ =$$

$$\sin 210^\circ =$$

$$\sin 315^\circ =$$

$$\cos 120^\circ =$$

$$\cos 210^\circ =$$

$$\cos 315^\circ =$$

$$\sin 495^\circ =$$

$$\cos 510^\circ =$$

$$\cos 540^\circ =$$

$$\cos (-315^\circ) =$$

$$\sin (-120^\circ) =$$

$$\sin (-690^\circ) =$$

$$\tan 120^\circ =$$

$$\tan 210^\circ =$$

$$\tan 315^\circ =$$

$$\tan 480^\circ =$$

$$\tan (-570^\circ) =$$

$$\tan (-675^\circ) =$$

$$\sec 150^\circ =$$

$$\sec (-240^\circ) =$$

$$\sec (-330^\circ) =$$

$$\csc 120^\circ =$$

$$\csc (-210^\circ) =$$

$$\csc (-315^\circ) =$$

Co - Function : สำหรับควอดรันต์ 1 ค่าเป็นบวกทั้งคู่ แต่ควอดรันต์อื่นๆ ดูเครื่องหมายในวงกลม 1 หน่วย

$$\sin A = \cos (90 - A)$$

หรือ

$$\cos A = \sin (90 - A)$$

$$\tan A = \cot (90 - A)$$

หรือ

$$\cot A = \tan (90 - A)$$

$$\sec A = \operatorname{cosec} (90 - A)$$

หรือ

$$\operatorname{cosec} A = \sec (90 - A)$$

arcsin ($\sin^{-1}$), arccos ($\cos^{-1}$), arctan ($\tan^{-1}$)

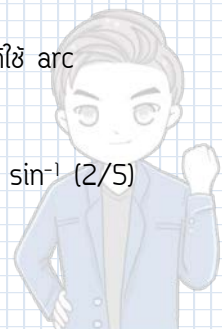
หากโจทย์ให้เราหามุมจากตรีโกณแล้วหากเราตอบมุมที่สัมพันธ์กับตารางบนก็ให้ตอบมุม ตอบไม่ได้ใช้ arc

เช่น

$$\sin \theta = 1/2 \longrightarrow \theta = 30^\circ$$

เช่น

$$\sin \theta = 2/5 \longrightarrow \theta = \arcsin (2/5) \text{ หรือ } \theta = \sin^{-1} (2/5)$$



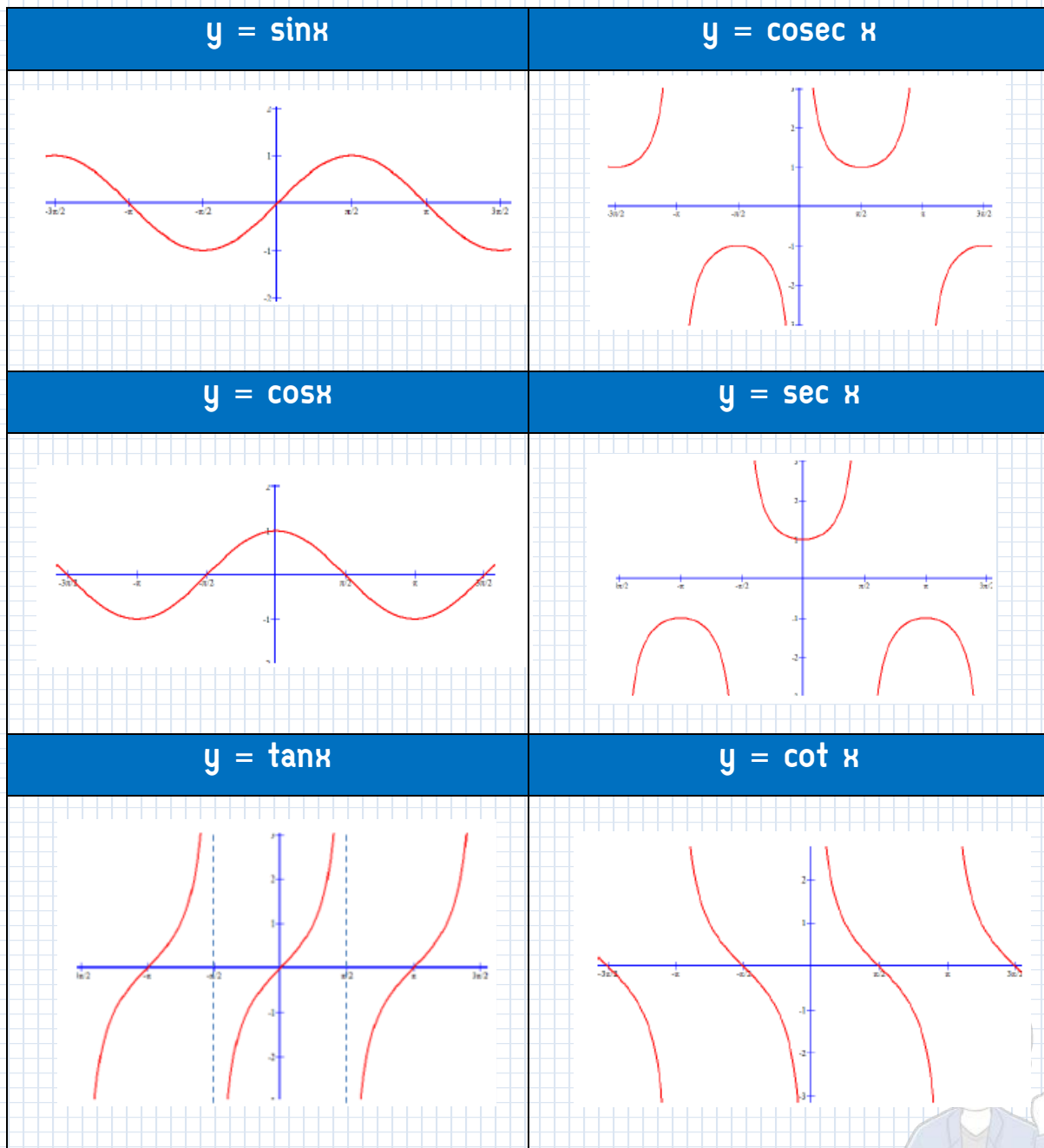
เทคนิคเยอะ เข้าใจง่าย ใช้สอบได้จริง

ฟิสิกส์และวิศวะต้อง “ครูพี่ตัว” 095-252-0819, Line: @physicsblueprint





3.5 กราฟตรีโกณ





บทที่ 0: คณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์

ออกแบบกระบวนการคิด
ฟิสิกส์และวิศวกรรมสอบ



16

แบบทดสอบ

1. จงหาค่าต่อไปนี้

$$\sin 0 =$$

$$\sin 30 =$$

$$\sin 45 =$$

$$\sin 60 =$$

$$\sin 90 =$$

$$\sin 37 =$$

$$\sin 53 =$$

$$\cos 0 =$$

$$\cos 30 =$$

$$\cos 45 =$$

$$\cos 60 =$$

$$\cos 90 =$$

$$\cos 37 =$$

$$\cos 53 =$$

$$\tan 0 =$$

$$\tan 30 =$$

$$\tan 45 =$$

$$\tan 60 =$$

$$\tan 90 =$$

$$\tan 37 =$$

$$\tan 53 =$$

2. จงหาค่าต่อไปนี้ในรูป cos

$$\sin 0 =$$

$$\sin 15 =$$

$$\sin 30 =$$

$$\sin 45 =$$

$$\sin 60 =$$

$$\sin 90 =$$

$$\sin 37 =$$

$$\sin 53 =$$

3. จงหาค่าต่อไปนี้ในรูป sin

$$\cos 0 =$$

$$\cos 15 =$$

$$\cos 30 =$$

$$\cos 45 =$$

$$\cos 60 =$$

$$\cos 90 =$$

$$\cos 37 =$$

$$\cos 53 =$$

4. จงหามุมต่อไปนี้

$$\sin \theta = 1/2$$

$$\theta =$$

$$\sin \theta = \sqrt{3}/2$$

$$\theta =$$

$$\sin \theta = 0$$

$$\theta =$$

$$\sin \theta = 1$$

$$\theta =$$

$$\cos \theta = 1/2$$

$$\theta =$$

$$\cos \theta = 4/5$$

$$\theta =$$

$$\sin \theta = 1/5$$

$$\theta =$$

$$\tan \theta = 7/9$$

$$\theta =$$

$$\cos \theta = \sqrt{3}/2$$

$$\theta =$$

$$\cos \theta = 1$$

$$\theta =$$

$$\cos \theta = 0$$

$$\theta =$$

$$\tan \theta = 1$$

$$\theta =$$

$$\tan \theta = \sqrt{3}$$

$$\theta =$$

$$\sin \theta = 3/5$$

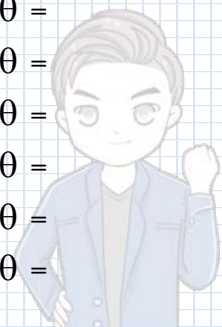
$$\theta =$$

$$\cos \theta = 2/7$$

$$\theta =$$

$$\tan \theta = 2/3$$

$$\theta =$$



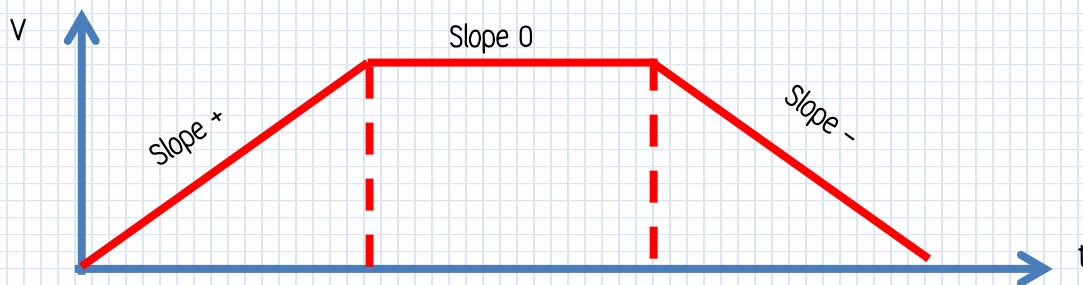
เทคนิคเยอะ เข้าใจง่าย ใช้สอบได้จริง

ฟิสิกส์และวิศวกรรม “ครูพี่ต๋ว” 095-252-0819, Line: @physicsblueprint



4. กราฟ

คือ การใช้กราฟจะใช้เวลา ความชัน กับ พื้นที่ เป็นหลักซึ่งมีประโยชน์อย่างมากในการวิเคราะห์และคำนวณ



ความชัน (Slope)

คือ การเอาตัวแปรใน แนวตั้ง $\div$ แนวนอน ดังนั้น Slope ในรูปบนจົມมีความสัมพันธ์ดังนี้

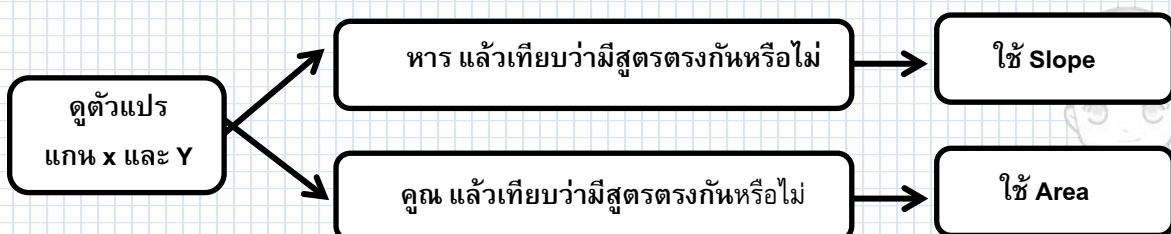
$$\text{Slope} = \tan\theta = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{แล้ว} \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad \text{ดังนั้น} \quad \text{Slope} = a$$

พื้นที่ใต้กราฟ (Area)

คือ การเอาตัวแปรใน แนวตั้ง $\times$ แนวนอน ดังนั้น Area ในรูปบนจົມมีความสัมพันธ์ดังนี้

$$\text{Area} = Y \times X = v \times t = vt \quad \text{แล้ว} \quad s = vt \quad \text{ดังนั้น} \quad \text{Area} = s$$

!!! สำคัญ : ไม่ว่าจะเจอกราฟอะไรขอให้เทียบความสัมพันธ์ดังนี้เสมอ





บทที่ 0: คณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์

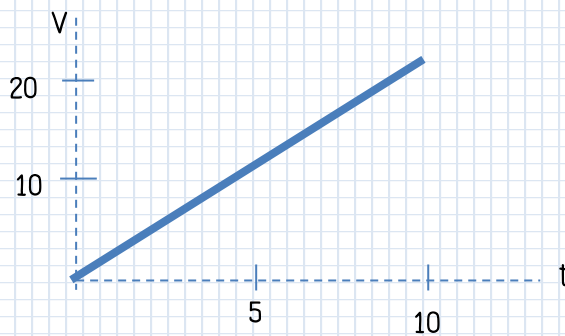
ออกแบบกระบวนการคิด
ฟิสิกส์และวิศวกรรมสอบ



18

แบบทดสอบ

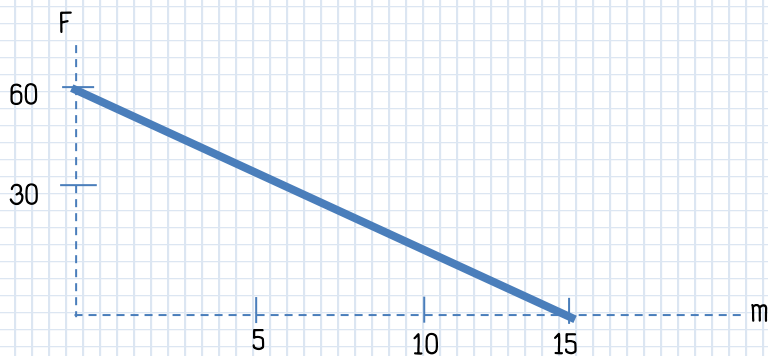
จากสมการ $a = v/t$ และ $s = vt$ จงหาผลลัพธ์ของตัวแปรจากกราฟต่อไปนี้



A) หาค่า a

B) หาค่า s

จากสมการ $F = ma$ จงหา a จากกราฟ



เทคนิคเยอะ เข้าใจง่าย ใช้สอบได้จริง

ฟิสิกส์และวิศวกรรม “ครูพี่ตัว” 095-252-0819, Line: @physicsblueprint

