

บทที่ 0

คณิตศาสตร์สำหรับฟิสิกส์

1. พื้นฐานทั่วไปทางคณิตศาสตร์
2. การแก้สมการ
3. แยกตัวประกอบ
4. พื้นฐานตรีโกณ
5. เรขาคณิต

ออกแบบกระบวนการคิด
🔧 **พิชิตฟิสิกส์**

และวิศวะทุกสนามสอบ by พี่ตั้ว



สารบัญ

เรื่อง	หน้า
พื้นฐานทั่วไปทางคณิตศาสตร์	1
การแก้สมการ	2
การแยกตัวประกอบ	3
พื้นฐานตรีโกณ	4
เรขาคณิต	7

สงวนลิขสิทธิ์ ตามพระราชบัญญัติลิขสิทธิ์ ห้ามลอกเลียน ทำซ้ำ นำไปดัดแปลง
ไม่ว่าส่วนใดส่วนหนึ่ง หรือทั้งหมดขอหนังสือเล่มนี้ ไม่ว่าในรูปแบบใด ๆ นอกจาก
จะได้รับอนุญาตเป็นลายลักษณ์อักษรจาก สถาบันกวดวิชาฟิสิกส์บลูพริ้นท์เท่านั้น



พื้นฐานทั่วไปทางคณิตศาสตร์

เศษส่วน ทศนิยม เปอร์เซ็นต์

เข้าจัดการจัดรูประหว่าง เศษส่วน ทศนิยม เปอร์เซ็นต์

เศษส่วน	ทศนิยม	เปอร์เซ็นต์
$\frac{1}{1}$	1.00	100%
$\frac{1}{2}$	0.50	50%
$\frac{1}{4}$	0.25	25%
$\frac{3}{2}$	1.50	150%

การแปรผันและสมการ

ใช้ในการเข้าใจการเปรียบเทียบความสัมพันธ์ตัวแปรต่างๆ

การแปรผันตรง (direct proportional)			การแปรผกผัน (direct proportional)		
ถ้าปริมาณหนึ่งเพิ่ม อีกปริมาณก็จะเพิ่มขึ้น $x \uparrow y \uparrow$ ถ้าปริมาณหนึ่งลด อีกปริมาณก็จะลดลง $x \downarrow y \downarrow$			ถ้าปริมาณหนึ่งเพิ่ม อีกปริมาณจะลดลง $x \uparrow y \downarrow$ ถ้าปริมาณหนึ่งลด อีกปริมาณจะเพิ่มขึ้น $x \downarrow y \uparrow$		
$y \propto x$	$y \propto x^2$	$y \propto \sqrt{x}$	$y \propto \frac{1}{x}$	$y \propto \frac{1}{x^2}$	$y \propto \frac{1}{\sqrt{x}}$

ตัวอย่าง การเปรียบเทียบสมการต่างๆ

แรงและกฎการเคลื่อนที่

$$a \propto F$$

$$a \propto \frac{1}{m}$$

การเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มนาฬิกา

$$T \propto \sqrt{l}$$

$$T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$$

ความเข้มเสียง

$$I \propto P$$

$$I \propto \frac{1}{r^2}$$

กฎของชาร์ล/กฎของบอยล์

$$V \propto T$$

$$P \propto \frac{1}{V}$$



การแก้สมการ

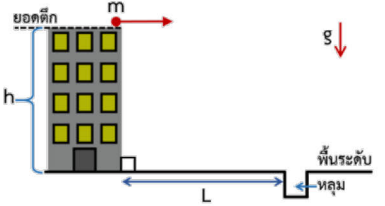
การแก้สมการที่ทั่วไป

การหาคำตอบของสมการซึ่งจะทำให้สมการนั้นเป็นจริง

+ ย้ายข้างเป็น -	- ย้ายข้างเป็น +	× ย้ายข้างเป็น ÷	÷ ย้ายข้างเป็น ×
$x + 5 = 8$ $x = 8 - 5$ $x = 3$	$x - 10 = 8$ $x = 8 + 10$ $x = 18$	$2x = 3$ $x = \frac{3}{2}$ $x = 1.5$	$\frac{x}{2} = 8$ $x = 8 \times 2$ $x = 16$

การแก้สมการหลายตัวแปร

การหาคำตอบของสมการ โดยจะต้องหาคำตอบจากตัวแปรหนึ่งก่อน แล้วนำตัวแปรนั้นไปแทนค่าในสมการอื่น

 <p>(วิชาสามัญ 58) พิจารณาวัตถุบนพื้นซึ่งสูงจากพื้นด้านล่างเป็นระยะ h วัตถุปล่อยให้วัตถุตกลงเคลื่อนที่ออกไปในแนวระดับความอัตราเร็วเท่าใดวัตถุจะเคลื่อนที่ลงหลุมพอดี</p>	$u_x = ?$	<u>ห.ล. t</u> $s_y = u_y t + \frac{1}{2} g t^2$ $h = 0 + \frac{1}{2} g t^2$ $t^2 = \frac{2h}{g}$ $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ $t = \left(\frac{2h}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$	<u>ห.ล. u_x</u> $s_x = u_x t$ $L = u_x \left(\frac{2h}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$ $u_x = \left(\frac{g}{2h}\right)^{\frac{1}{2}} L$ #ANS
	$s_x = u_x t$		
	$s_y = u_y t + \frac{1}{2} g t^2$		

เลขยกกำลังและลอการิทึม

เลขยกกำลัง		ลอการิทึม	
$a^0 = 1$	$a^m a^n = a^{m+n}$	$\log_a a = 1$	$\log_a MN = \log_a M + \log_a N$
$a^1 = a$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\log_a 1 = 0$	$\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$
$a^{-1} = \frac{1}{a}$	$(a^m)^n = a^{mn}$	$\log_{10} x = \log x$	$\log_a M^k = k \log_a M$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$(a \cdot b)^m = a^m b^m$	$\log_e x = \ln x$	$\log_{a^k} M = \frac{1}{k} \log_a M$
$\frac{1}{a^{-n}} = a^n$	$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$	$M = a^{\log_a M}$	



การแยกตัวประกอบ

สมการกำลังสองทั่วไป $x^2 \pm (a + b)x \pm ab = (x \pm a)(x \pm b)$

แบบ + +	แบบ - -	แบบ + > -	แบบ - > +
$x^2 + cx + d$	$x^2 - cx + d$	$x^2 + cx - d$	$x^2 - cx - d$
$x^2 + 4x + 3$	$x^2 - 5x + 6$	$x^2 + 4x - 45$	$x^2 - x - 12$

สมการกำลังสองทั่วไป (สูตร)

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$5x^2 - 3x - 2 =$

ผลต่างกำลังสอง

$$x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$$

หรือ

$$u^2 - a^2 = (u + a)(u - a)$$

$4x^2 - 9 =$

สังยุค (Conjugate)

$$(\sqrt{a} + \sqrt{b}) \cdot (\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$$

หรือ

$$(\sqrt{u} + \sqrt{a}) \cdot (\sqrt{u} - \sqrt{a}) = u - a$$

$(\sqrt{5} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{3}) =$

กำลังสองสมบูรณ์

$x^2 + 2yx + y^2 = (x + y)^2$	$x^2 - 2yx + y^2 = (x - y)^2$
$x^2 + 6x + 9$	$x^2 - 8x + 16$



พื้นฐานตรีโกณ

ทฤษฎีบทพีทาโกรัส

$$c^2 = a^2 + b^2$$

หรือ

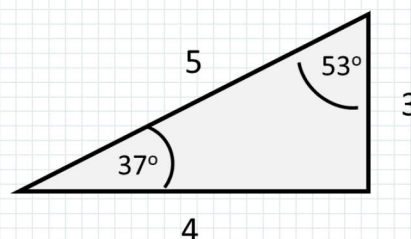
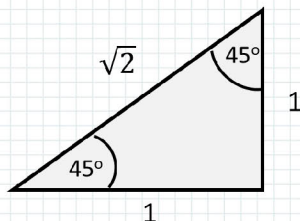
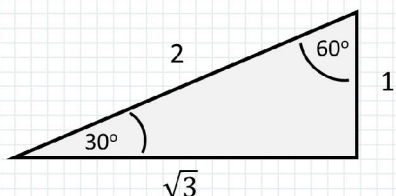
$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

ฟังก์ชันตรีโกณมิติ		a	b	c	
$\sin\theta = \frac{a}{c}$	$\csc\theta = \frac{c}{a} = \frac{1}{\sin\theta}$	3	4	5	
		5	12	13	
$\cos\theta = \frac{b}{c}$	$\sec\theta = \frac{c}{b} = \frac{1}{\cos\theta}$	7	24	25	
		8	15	17	
$\tan\theta = \frac{a}{b} = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$	$\cot\theta = \frac{b}{a} = \frac{1}{\tan\theta}$	9	40	41	
		11	60	61	
$\sin\theta = \cos(90^\circ - \theta)$	$\cos\theta = \sin(90^\circ - \theta)$		$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$		
$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$	$\sin(A + B) = \sin A\cos B + \cos A\sin B$		$\sin(A - B) = \sin A\cos B - \cos A\sin B$		
$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$	$\cos(A + B) = \cos A\cos B - \sin A\sin B$		$\cos(A - B) = \cos A\cos B + \sin A\sin B$		

ฟังก์ชันตรีโกณมิติที่ใช้ง่ายๆ (ต้องจำให้ได้)

ตรีโกณ	มุมชุด 1					มุมชุด 2	
	0°	30°	45°	60°	90°	37°	53°
$\sin\theta$		$\frac{1}{2}$				$\frac{3}{5}$	
$\cos\theta$							
$\tan\theta$							

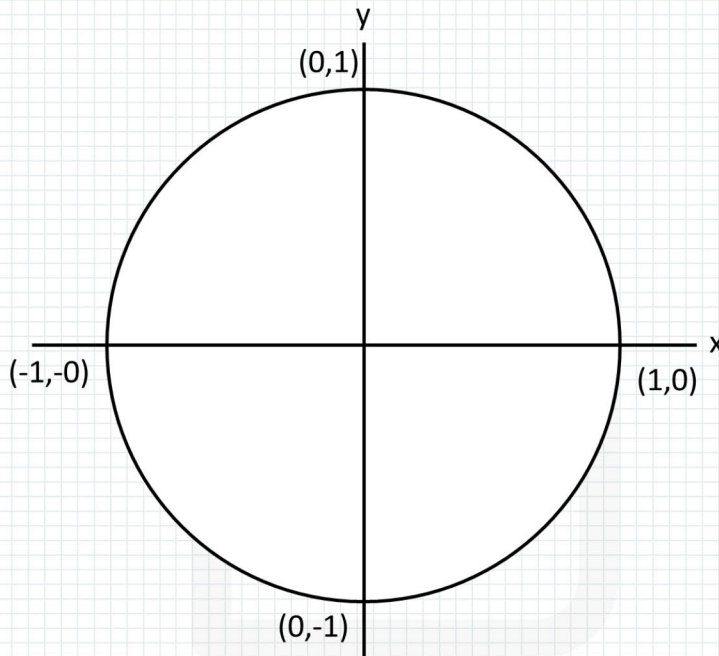




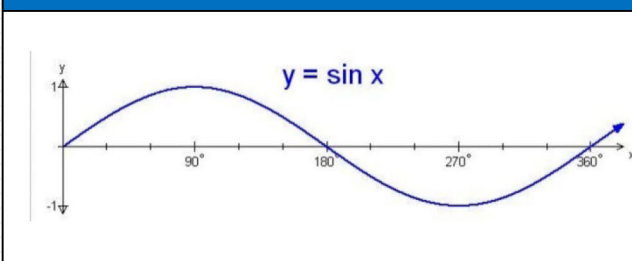
วงกลม 1 หน่วยและการปรับค่ามุม

นิยาม เมื่อ $(\cos\theta, \sin\theta)$ ที่มุมต่างๆบนวงกลมรัศมี 1 หน่วย

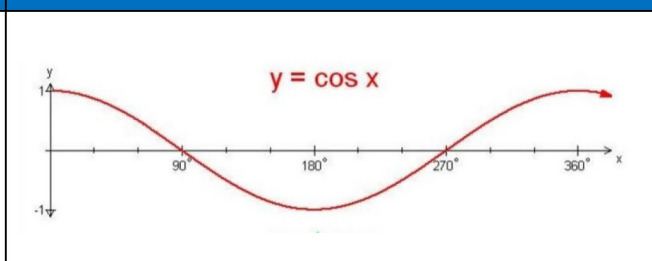
- ฟังก์ชันโคไซน์ ($\cos\theta$) คือ ค่า x ($-1 \leq \cos\theta \leq 1$)
- ฟังก์ชันไซน์ ($\sin\theta$) คือ ค่า y ($-1 \leq \sin\theta \leq 1$)



กราฟ sine



กราฟ cosine





หน่วยของมุม

หน่วยของมุมที่ใช้มี 2 หน่วย คือ องศา (degree) กับเรเดียน (radian) โดยการเทียบมุมระหว่างหน่วยเรเดียน (rad) กับ หน่วยองศา สามารถคำนวณดังนี้

มุมหน่วยเรเดียน	มุมหน่วยองศา	มุมหน่วยเรเดียน	มุมหน่วยองศา
π		$\pi/3$	
$\pi/2$		$\pi/4$	
$3\pi/2$		$\pi/5$	
2π		$\pi/6$	

อินเวอร์ส ฟังก์ชันตรีโกณ (arc)

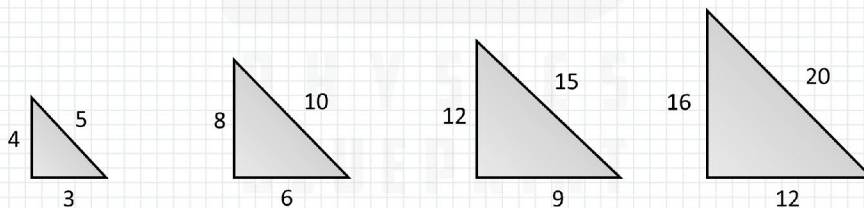
ใช้สำหรับการตอบมุม θ ในรูปแบบ arc

$$\sin\theta = \frac{1}{2} \text{ -----} \rightarrow \theta = 30^\circ$$

$$\sin\theta = \frac{2}{5} \text{ -----} \rightarrow \theta = \arcsin\left(\frac{2}{5}\right) \text{ หรือ } \theta = \sin^{-1}\left(\frac{2}{5}\right)$$

สัดส่วน

(ใช้ในการรวมเวกเตอร์ต่างๆ หรือ หาคความชันกราฟต่างๆ)



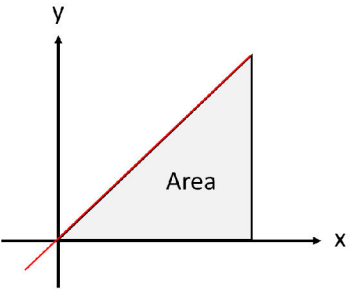
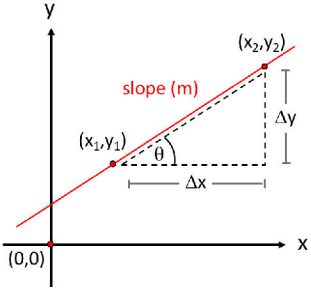
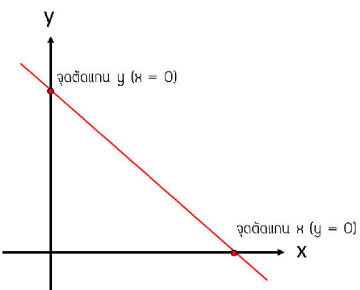
กฎอวไซน์ (law of sines) และ กฎอวโคไซน์ (law of cosines)

	กฎอวไซน์ (law of sines)	กฎอวโคไซน์ (law of cosines)
	$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$	$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos\alpha$ $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos\beta$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos\gamma$



เรขาคณิต

การวิเคราะห์ข้อมูล

พื้นที่ใต้กราฟ (Area)	ความชัน (Slope)	จุดตัดแกน (Intercepts)
 <p>ข้อมูลเสมือนตัวแปรคูณกัน</p>	 <p>ข้อมูลเสมือนตัวแปรหารกัน</p>	 <p>หาค่าที่จุดตัดแกนต่างๆ</p>

สมการเส้นตรง :

$$y = mx + c$$

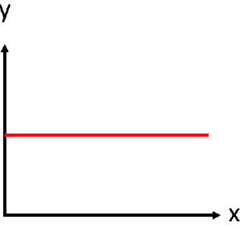
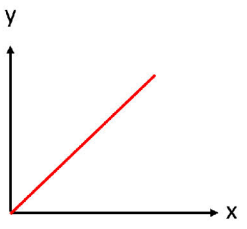
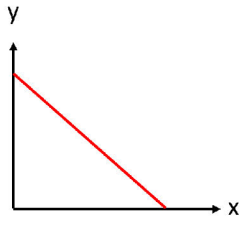
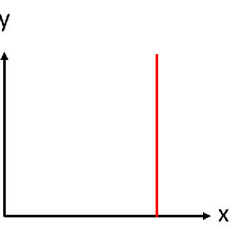
โดย m คือ ความชันของสมการเส้นตรง

c คือ จุดตัดแกน y

ความชัน (Slope, m)

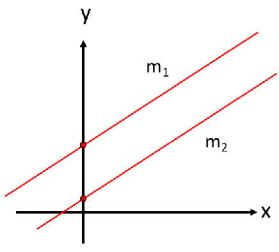
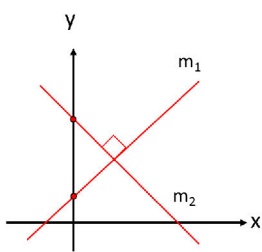
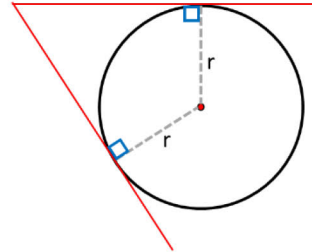
ความชันของเส้นตรง คือ อัตราส่วนระหว่างค่า y ที่เปลี่ยนแปลงไป ต่อค่า x ที่เปลี่ยนแปลงไป

$$\text{slope } (m) = \frac{\Delta Y}{\Delta X} = \tan \theta$$

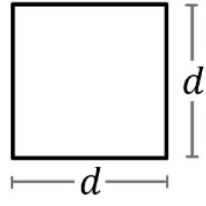
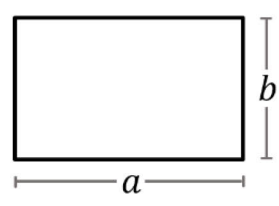
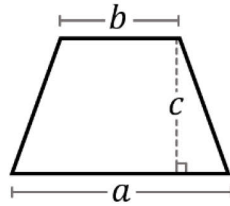
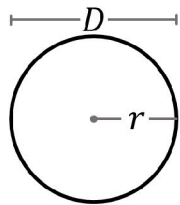
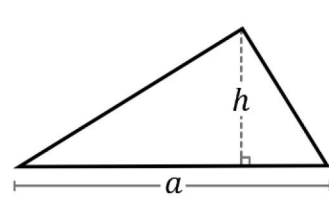
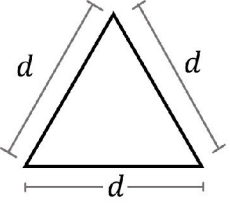
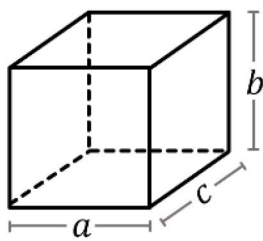
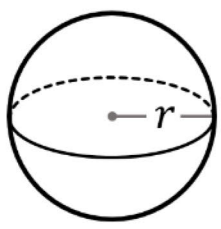
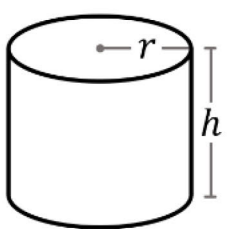
ความชัน $m = 0$	ความชัน $m +$	ความชัน $m -$	ความชัน หาค่าไม่ได้
			



สมบัติที่ควรรู้ของเส้นตรง

เส้นขนานสองเส้น	เส้นตรงสองเส้นตัดกัน	เส้นตรงสัมผัสกับวงกลม
 <p>$m_1 = m_2$</p>	 <p>$m_1 \times m_2 = -1$</p>	 <p>เส้นตรงตั้งฉากกับรัศมีวงกลม</p>

สูตรการหาพื้นที่และปริมาตร

สี่เหลี่ยมจัตุรัส	สี่เหลี่ยมผืนผ้า	สี่เหลี่ยมคางหมู
 <p>$A = d^2$</p>	 <p>$A = ab$</p>	 <p>$A = \frac{1}{2}(a + b)c$</p>
วงกลม	สามเหลี่ยม	สามเหลี่ยมด้านเท่า
 <p>$A = \pi r^2 = \frac{\pi D^2}{4}$</p>	 <p>$A = \frac{1}{2}ah$</p>	 <p>$A = \frac{\sqrt{3}}{4}d^2$</p>
กล่อง	ทรงกลม	ทรงกระบอก
 <p>$V = a \times b \times c$</p>	 <p>$V = \frac{4}{3}\pi r^3$</p> <p>$A = 4\pi r^2$</p>	 <p>$V = \pi r^2 h$</p> <p>$A = 2\pi r h + 2\pi r^2$</p>